

CALCOLO DELLE PROBABILITA E STATISTICA (12-7-2018)

TEMPO DISPONIBILE 2 ORE e 30 MINUTI

L'uso di libri ed appunti e' proibito. Scrivere nome cognome ed indirizzo e-mail sui fogli che si consegnano.

1) Si descriva la distribuzione congiunta di due variabili casuali X_1 ed X_2 che hanno distribuzioni marginali rispettivamente quelle di Bernoulli di parametri $1/2$ ed $1/3$ ma che non sono indipendenti fra loro.

2) Siano X_1, X_2, X_3 tre variabili casuali di Bernoulli di parametro $1/3$ indipendenti fra loro. Calcolare $\mathbb{E}(3X_1X_3^2 + 2)$, $\text{Var}(X_1 + 2X_2)$ e disegnare il grafico della funzione di ripartizione della variabile casuale $X_1X_2 + 1$.

3) Probabilita condizionata ed indipendenza, definizioni, formule ed esempi.

4) Siano X_i delle variabili casuali i.i.d. di Poisson di parametro 1. Dare una stima di n affinché

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - 1\right| > \frac{1}{100}\right) \leq \frac{1}{1000}$$

5). Siano $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ due stimatori del parametro inognito θ . Quale dei due stimatori dobbiamo preferire, se $E(\hat{\theta}_1) = \theta$, $\text{Var}(\hat{\theta}_1) = 6$ e $E(\hat{\theta}_2) = 2 + \theta$, $\text{Var}(\hat{\theta}_2) = 1$? (Motivare la risposta).

6) Sia X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 un campione casuale estratto da una popolazione con media 1 e varianza 25. Si consideri la statistica media campionaria \bar{X}_5 . Calcolare il valore atteso e la varianza \bar{X}_5 .

7) Sia X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 un campione casuale estratto da una popolazione normale $N(\mu; 4)$. Sia $\bar{x} = 9,5$. Vogliamo sottoporre a verifica l'ipotesi nulla

$$H_0 : \mu = 8$$

contro l'ipotesi alternativa

$$H_0 : \mu \neq 8.$$

conducendo il test ad un livello di significativita' del 5%. L'ipotesi nulla va accettata o rifiutata? (Motivare la risposta).